

Capítulo 2

La Historia en la Enseñanza de las Matemáticas

1. Introducción

Desde hace varias décadas, han sido numerosas las voces que se han levantado a favor del valor que posee la historia en la enseñanza de las matemáticas, pero por lo general siempre han caído lejos del terreno práctico. Y la principal razón es que no es fácilmente aceptable ese valor y los beneficios que conlleva su empleo.

Después de la reforma de la Matemática Moderna y a partir de los años setenta, se ha intensificado el interés por estos aspectos históricos en educación matemática. Schubring (1983) (en Castro & Castro, 1997) señala algunas muestras de este renacimiento:

- ✓ Fundación del grupo francés Inter-IREMs de Historia de las Matemáticas, cuyo

mismas. Destaca la obra colectiva de los IREMs *Mathematiques au fil des âges* en la que, previa selección de una serie de tópicos, se ofrece una selección de textos que muestran cómo ha evolucionado históricamente.

- ✓ Publicación en 1969 por el NCTM de la obra *Historical Topics for the Mathematical Classroom*, en la que se ofrece una serie de materiales históricos para la educación matemática.
- ✓ Creación del Grupo Internacional de Estudio sobre las relaciones entre la Historia y la Pedagogía de las Matemáticas (HPM). Entre los Congresos realizados por este grupo destacan las dos Conferencias Internacionales sobre Historia y Epistemología en la Educación Matemática celebrados en Montpellier (Francia) en 1993 y en Braga (Portugal) en 1996.

En este capítulo realizamos algunas consideraciones con respecto al papel que juega la historia de las matemáticas dentro del marco educativo, qué puede suministrar un trabajo que incluya temas de historia y cómo puede llevarse a cabo una tarea de este tipo.

2. Historias de la Historia de las Matemáticas

A pesar de que todos esos trabajos y proyectos mencionados están impulsando el empleo de la historia dentro de la formación matemática de los estudiantes, aún quedan pendientes importantes discusiones que realizar. Para Fauvel, una de las más profundas es la que habla de la división entre diferentes maneras de ver las matemáticas (Fauvel, 1991): Aquellas que consisten en verdades eternas y resultados imperturbables, y que pueden estar contrapuestas y ser inconsistentes con aquellas otras que se han desarrollado a través del esfuerzo humano dentro de contextos sociales.

Si bien puede entenderse lo que el autor desea expresar, no encontramos demasiado acertada la forma de expresar la división pues puede parecer que no es exhaustiva; el hecho de que un resultado matemático sea visto por muchos como una verdad universalmente válida no significa necesariamente que no se estableciera bajo

determinadas circunstancias sociales y mediante un arduo trabajo de especialistas. Un ejemplo de esto lo constituye el Último (también llamado Magno) Teorema de Fermat, finalmente demostrado en la década de los noventa.

Un fuerte impulso que favoreció los estudios sobre Historia a principios de siglo fue de carácter biológico, según el cual la génesis del conocimiento de cada niño sigue el mismo trazo que la de la raza humana (Sierra, 1997). Este fue el pensamiento clave de Herbert Spencer, que llegó a influir notablemente en educación desde 1860:

“La educación del niño ha de coincidir, tanto en modo como en disposición, con la educación del género humano considerado históricamente; o en otras palabras, la génesis del conocimiento a nivel individual debe seguir el mismo curso que la génesis del conocimiento en la especie” (Fauvel, 1991).

Este punto de vista también puede encontrarse en los trabajos de Benchara Bradford en los primeros años del siglo XX, y de hecho, fue en esa época cuando alcanzó su máxima aceptación (ver figura 2.I en la página siguiente). Pero según las experiencias históricas que se fueron desarrollando durante este siglo, la perspectiva de Spencer y Bradford fue siendo desechada, pues un cierto conocimiento de la Historia de la Matemática muestra que su curso es, en cualquier caso, mucho menos simple y lineal de lo que esos argumentos sostenían.

Estas ideas tuvieron sus defensores y detractores, y podemos citar a Haeckel y Piaget entre los primeros, y a Torrence Deacon y Karl Popper entre los segundos. Este último defendía su postura argumentando, por ejemplo, que el lenguaje es una capacidad a priori para la especie humana, pero que por el contrario es a posteriori en el individuo.

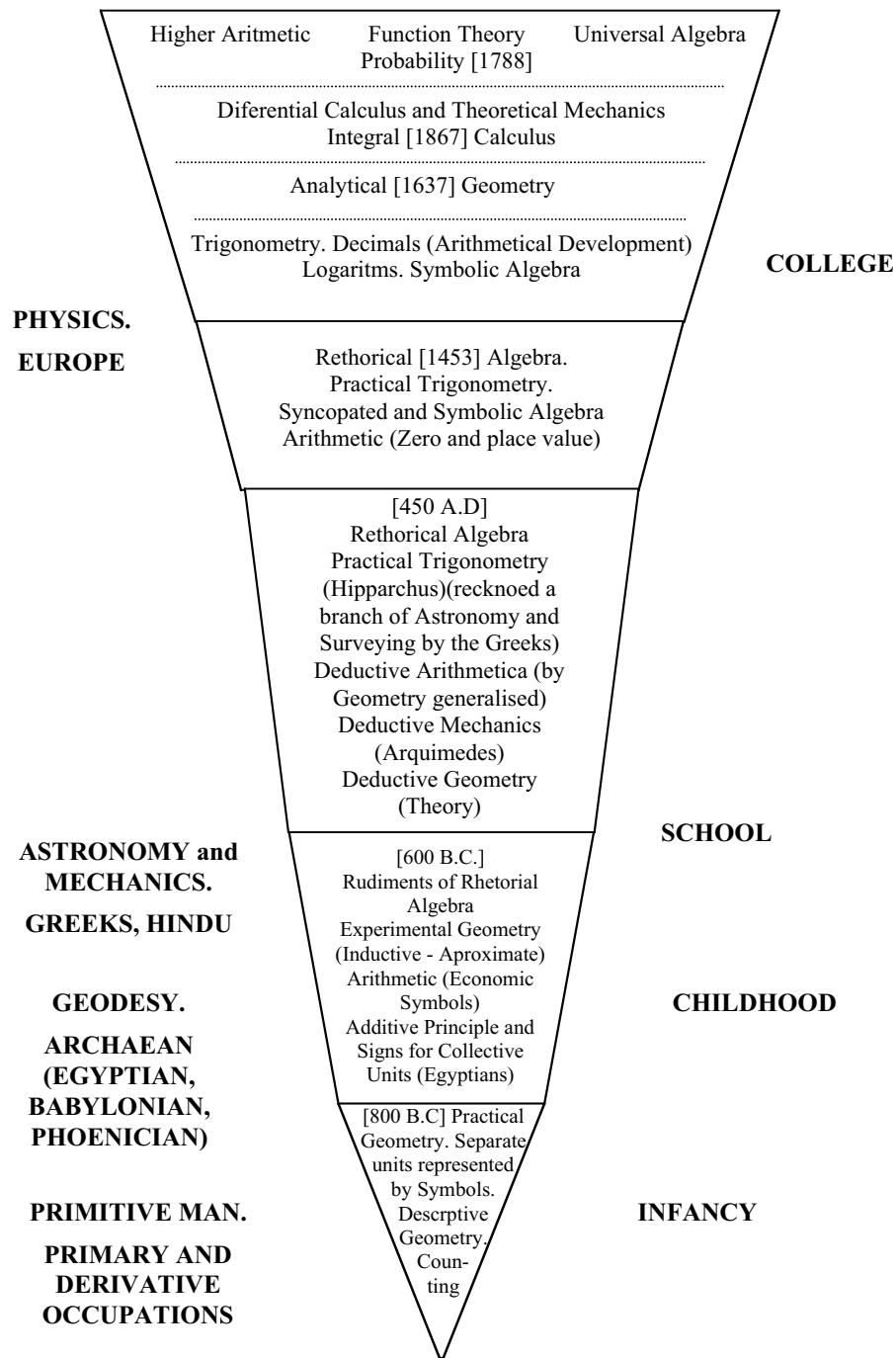


Figura 2.I: Versión de Barwell del esquema básico de Bradford obtenido de un número de Mathematical Gazzete de 1913 (Fauvel, 1991).

En otro orden de cosas, es importante también entender que un correcto uso de la Historia no es sencillo para los profesores pues carecen por lo general de una formación al respecto y que, por ende, tampoco es fácil para los estudiantes. La reflexión no puede limitarse a afirmar que usar la Historia en la enseñanza de las Matemáticas es *buena*, sino que es necesario explicitar algunos de los beneficios que reporta ese uso.

En la actualidad, pueden encontrarse numerosos trabajos sobre el papel que desempeña en la formación matemática de los estudiantes el que se desarrollen en el aula actividades relacionadas con la Historia de esta disciplina, y qué consecuencias pueden desprenderse de un trabajo de ese tipo. A continuación, se explicitarán algunas de esas consecuencias, y describiremos formas de acercar la Historia de la Matemática al aula.

3. ¿Por qué emplear la Historia en Educación Matemática?

Para la gran mayoría de los estudiantes de matemáticas, los conceptos que se enseñan están carentes de historia, y tampoco contribuye que en la instrucción no aparece el proceso de creación matemática y no se afrontan problemas de épocas pasadas. A pesar de que cada vez son más numerosos los libros de texto en los que se relatan notas históricas de los tópicos que tratan, una escasa formación de los docentes relativa a cómo emplear estos materiales hace que no se aprovechen.

Los estudiantes ven las matemáticas como un conocimiento cerrado que se encuentra en la mente del profesor, y que es él quien decide cuándo una respuesta es correcta ó no, y esta situación es muy dañina para las matemáticas, que son por naturaleza una materia acumulativa; la mayoría de lo que fue creado desde hace milenios, tanto en contenidos como en procesos, siguen siendo válidos hoy (Avital, 1995), si bien entendemos que lo que no es tan imperturbable es la forma de interpretar esos contenidos y procesos. Exponer a los estudiantes algunos de esos desarrollos tiene el potencial para animar la materia y para humanizarla ante ellos.

Avital señala cómo un conocimiento y comprensión del desarrollo histórico de las matemáticas puede contribuir en cuatro áreas específicas de la investigación y el aprendizaje. Estas áreas son (Avital, 1995):

1. Obteniendo ideas acerca de las dificultades de aprendizaje de los estudiantes.
2. Suministrando modos de instrucción.
3. Incorporando propuestas y resolución de problemas en la instrucción.
4. Llamando la atención a factores emocionales y afectivos en la creación y aprendizaje de las matemáticas.

Fauvel, por otro lado, es más explícito al enunciar los campos en los que incide positivamente el trabajar la Historia de la Matemática durante la enseñanza de la disciplina, aunque puede identificarse un claro paralelismo (Fauvel, 1991):

1. Ayuda a incrementar la motivación para el aprendizaje.
2. Da a los matemáticos un lado más humano.
3. Un desarrollo histórico ayuda a ordenar la presentación de tópicos en el curriculum.
4. Mostrar a los alumnos cómo se han desarrollado algunos conceptos facilita su comprensión.
5. Puede cambiar la percepción de los estudiantes.
6. Comparando lo antiguo con lo actual, se establece un valor para las técnicas modernas.
7. Ayuda a desarrollar una aproximación multicultural.
8. Suministra oportunidades para investigar.
9. Los obstáculos para el desarrollo del pasado pueden explicar lo que los alumnos encuentran hoy difícil.
10. A los alumnos les produce cierto alivio el conocer que ellos no son los únicos con problemas.
11. Alienta rápidamente a los estudiantes a poner sus objetivos más lejos.
12. Ayuda a explicar el papel de las matemáticas en la sociedad.
13. Hace a las matemáticas menos reñidas con los jóvenes.

14. El explorar la Historia ayuda a mantener tu propio interés e ilusión en las matemáticas.
15. Suministra oportunidades para el trabajo curricular con otros profesores y/o materias.

A pesar de que esta segunda clasificación es más explícita, puede verse como un desarrollo de la primera, por lo que nos detendremos en reflexionar en cada uno de los cuatro puntos de ésta.

Acerca de las Dificultades de Aprendizaje

En su obra *La Formation de l'Esprit Scientifique*, el físico y filósofo francés Gaston Bachelard introduce en 1938 la idea de **obstáculo** como aquél conocimiento que tiene su propio dominio de validez y que fuera de ese dominio es ineficaz y puede ser fuente de errores y dificultades (Chevalard et als., 1998).

El también francés Guy Brosseau trasladó esta noción a la Didáctica de la Matemática, en su *Teoría de Situaciones Didácticas*, y realizó la siguiente clasificación de obstáculos en este ámbito (Socas, 1997):

- **Ontogénicos o Psicogénicos:** Que son debidos a las características propias del desarrollo del niño.
- **Didácticos:** Como resultado de alguna opción adoptada por el sistema educativo para llevar a cabo los procesos de enseñanza.
- **Epistemológicos:** Intrínsecamente relacionados con el propio concepto, y pueden encontrarse en la historia de dichos conceptos, si bien eso no significa que se vayan a reproducir en el medio escolar. Según Bachelard, los obstáculos epistemológicos son constitutivos del desarrollo de la ciencia: todo conocimiento científico se construye “en contra” de un conocimiento anterior.

En relación con este último tipo de obstáculo, pueden encontrarse varios ejemplos de cómo las dificultades de aprendizaje de los estudiantes de Secundaria son

encontrarse en un estudio conducido por *el Weizmann Institute Science of Israel* (Avital, 1995), en donde se argumenta que si el profesor conoce el desarrollo histórico de los números negativos, puede obtener información relevante para comprender las dificultades de comprensión de los estudiantes en este tópico.

En esta línea de trabajo se encuentra también el desarrollado con profesores de México en torno al concepto de función (Hitt, 1994). En esta investigación, se analizó la forma en la que los docentes entendían y empleaban dicho concepto, y de los resultados obtenidos, el autor destaca la concordancia existente entre algunos de los errores y dificultades que cometían los sujetos, y aquellas que se presentaron en el desarrollo histórico del concepto de función desde su nacimiento en la cultura mesopotámica.

Otro ejemplo significativo es el del uso de un sistema simbólico, que constituye uno de los mayores obstáculos en el aprendizaje del Álgebra en la escuela. Esto se debe fundamentalmente a dos factores. El primero, es la similitud de algunos símbolos que pueden poseer significados completamente diferentes: $2+2$, $2 \cdot 2$, 22 , 2^2 ,... ó a_2 , $2 \cdot a$, a^2 ,... No es extraño de esta forma que algunos estudiantes al enfrentarse con expresiones del tipo $\frac{\text{Cos } x}{\text{Cos } 2x}$ simplifiquen x y Cos obteniendo $\frac{1}{2}$ (Avital, 1995).

El segundo factor es la enorme cantidad de información que pueden llegar a aglutinar algunas expresiones, como $||x-2| - x|$ por ejemplo, en las que se requiere conocer el significado de diferentes símbolos de manera simultánea.

Hoy en día conocemos el tortuoso sendero que constituyó el desarrollo histórico del simbolismo matemático desde el nacimiento de la disciplina, y las importantes aportaciones que a este respecto realizaron en distintos momentos civilizaciones como la Babilónica y la Sumeria, y matemáticos como Diofanto (250 d.C.), Al-Khwarizmi (825 d.C.), o Françoise Vieta (1540-1603), a quién nos referiremos posteriormente. Éste, realizó una importante contribución al uso de letras para designar diferentes tipos de números, distinguiendo entre constantes y variables con consonantes para las primeras y vocales para las segundas. Más tarde, y con el trabajo de René Descartes (1596-1660), fue aceptado un sistema consistente de representación.

Conocer las dificultades históricas en la introducción de un sistema simbólico conveniente, podrá ayudar a los docentes a convencerse de que han de ser pacientes y ayudar a los estudiantes a asumir, por ejemplo, la diferencia entre coeficientes y variables.

La Historia puede enseñarnos cómo enseñar

El tradicional esquema en las publicaciones de Matemáticas de “Definición, Teorema, Demostración, Corolario, etc.”, se vuelve menos acertado cuando lo llevamos a nuestro método de enseñanza. Es muy frecuente que en los cursos de matemáticas, e incluso en numerosos libros de texto, la presentación de un tópico comience con una generalización a la que siguen algunos ejemplos específicos. Una generalización que llega antes que los ejemplos a menudo nos desorienta, y la mayoría de esos conflictos pueden ser insalvables por los ejemplos siguientes.

Muchos desarrollos históricos llevan un sentido opuesto: van de ejemplos concretos a generalizaciones, como puede observarse en el trabajo de las civilizaciones babilónica y egipcia, por ejemplo. Y de manera similar a ese esquema, la instrucción que se parta de ejemplos específicos hacia generalizaciones teóricas, podrá contribuir significativamente a la comprensión de los estudiantes. Podemos encontrar numerosas y significativas muestras de este esquema de trabajo en la obra de Arquímedes, por ejemplo. La necesidad de resolver problemas muy concretos, como la construcción de espejos cóncavos para repeler el ataque naval de Roma a Siracusa, o de la observación de fenómenos particulares, como al experimentar que el nivel de un fluido aumenta al introducir en el un sólido, desarrolló importantes generalizaciones y teorías matemáticas.

Una perspectiva histórica puede ayudar a nuestros estudiantes a captar la importancia del hecho de que, contrariamente a otras ciencias, la matemática es una materia acumulativa que crece desde su propio seno, en donde lo nuevo viene a ser una extensión de lo viejo, de lo ya conocido (Avital, 1995).

Rescatar Problemas y Cuestiones del Pasado

Al estudiar las creencias generales que se poseen sobre la naturaleza de las matemáticas, Buxton, en su obra *Do you panic About Maths?* (1991) (Socas, 1997), señala que es tradicional que se transmita de padres a hijos la idea de las matemáticas como un ente cerrado e inmutable, del que el profesor dispone todo el conocimiento. Una presentación y un acercamiento a problemas que estuvieron abiertos durante muchos años, como el de Los Cuatro Colores, o que aún siguen sin resolverse, como la Conjetura de Goldbach, podrán romper esa imagen de la matemática como un estamento casi sacro, en el que todo está concluido.

Como señalamos antes, Fauvel afirmó que puede incluso darse la situación en la que a los alumnos les aliente y motive el hecho de que grandes matemáticos no han podido resolver determinados problemas.

Las Matemáticas tienen un marcado Carácter Humano

Las Matemáticas que se aprenden en la escuela, y la mayor parte de las que se estudian en estudios superiores tienen la reputación de ser ejercicios repetitivos absurdos, extraídos de una materia en la que poco intervino el esfuerzo humano.

Algunas historias, como la del 5° Postulado de Euclides, o la del Teorema Magno de Fermat, si son bien contadas, pueden llegar a los corazones de los estudiantes y hacerles ver cómo tuvieron que verse involucrados muchos profesionales durante mucho tiempo para sacar diferentes resultados adelante.

Por otro lado, y para romper la imagen de las matemáticas como una materia aburrida y carente de emoción, se pueden relatar algunas biografías de matemáticos, que darán color a esta disciplina, como las de Galois, Abel o Srinivasa Ramanujan.

4. ¿Cómo llevar la Historia al Aula de Matemáticas?

Es necesario realizar una importante y profunda distinción entre usar la Historia de la Matemática dentro de la enseñanza de las matemáticas, y enseñar esa Historia como una materia en sí misma (Fauvel, 1991). La mayoría de los especialistas que trabajan sobre la Historia de la Matemática, la consideran como un recurso para la enseñanza de la propia disciplina, y no como un nuevo objeto de estudio y de examen:

“Hay que señalar que en la educación secundaria el uso de la historia de las matemáticas debe estar subordinado a su enseñanza, esto es, no puede tener un fin en sí mismo, ni por supuesto ser materia de examen. Cumpliendo estas condiciones la historia de las matemáticas puede ayudar a restituir a las matemáticas su dimensión cultural a menudo olvidada en su presentación escolar”. (Sierra, 1997, pág. 183).

Dentro de ese mismo trabajo, Modesto Sierra señala algunas formas en las que puede emplearse la historia en el aula de matemáticas, y he destacado aquellas que más se acercan al tratamiento que este trabajo proponemos:

1. Mencionar anécdotas del pasado.
2. **Presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos.**
3. **Fomentar en los alumnos la comprensión de problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aprenden en clase.**
4. Impartir lecciones de historia de las matemáticas.
5. Idear ejercicios usando textos matemáticos del pasado.
6. Fomentar la creación de pósters, exposiciones u otros proyectos con un tema histórico.
7. Realizar proyectos en torno a una actividad matemática local del pasado.
8. **Usar ejemplos del pasado para ilustrar técnicas y métodos.**
9. **Explorar errores del pasado para ayudar a comprender y resolver dificultades de aprendizaje.**
10. **Idear aproximaciones pedagógicas al tópico de acuerdo a su desarrollo histórico.**

11. Idear el orden y estructura de los temas dentro del programa de acuerdo con su desarrollo histórico.

En la obra *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (Rico, 1997), se aborda la problemática de la elaboración por parte del profesor de unidades didácticas que le permitan a éste llevar a cabo su tarea docente en el aula de matemáticas.

En la enseñanza matemática actual en España, el curriculum viene estructurado en cuatro dimensiones: Contenidos, Objetivos, Metodología y Evaluación, y este mismo esquema es el que usa el profesorado de Secundaria para la planificación y diseño de unidades didácticas (Jerónimo, Lupiáñez et als. 1998). En la búsqueda de nuevos componentes que posibiliten el planificar un conocimiento práctico para la elaboración de esas unidades didácticas, se proponen otros **Organizadores del Curriculum**, definidos como *“aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas”* (Pág. 45).

Uno de los organizadores que se propone en ese trabajo es el **Desarrollo Histórico del Tópico** que se esté programando, y su finalidad es señalar algunos momentos a lo largo de la historia de la matemática en los que dicho tópico tuvo un desarrollo especial o desempeñó algún papel de interés:

“Los alumnos se sienten especialmente interesados cuando se les proporciona información adecuada sobre la historia de las matemáticas y los antecedentes de un contenido. [...] La revisión de algunas dificultades históricas en la construcción de un determinado concepto puede servir de aliciente a los estudiantes para superar ellos mismos tales limitaciones”. (Rico, 1997. Pág. 54).

Con este tipo de trabajos, no se pretende realizar un estudio exhaustivo del proceso de evolución del concepto matemático que se esté trabajando, sino reunir material del cual el profesor pueda extraer información para plantear tareas en el aula